

Zadatak 041 (Max, gimnazija)

Astronauti se pripremaju na velike akceleracije u specijalnim centrifugama. S koliko okretaja u minuti mora raditi takva centrifuga da bi njezina akceleracija bila 12g? Polumjer okretaja je 7.0 m. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 041

$$T = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad a_{cp} = 12g, \quad r = 7 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Budući da između frekvencije ν i periode T postoji veza, slijedi:



$$\left. \begin{aligned} \nu &= \frac{1}{T} \\ a_{cp} &= \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_{cp} = 4 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot \nu^2 \Rightarrow \nu^2 = \frac{a_{cp}}{4 \cdot \pi^2 \cdot r} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \nu = \sqrt{\frac{a_{cp}}{4 \cdot \pi^2 \cdot r}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot g}{r}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{7 \text{ m}}} = 0.653 \frac{\text{okr}}{\text{s}} = [0.653 \cdot 60] = 39.2 \frac{\text{okr}}{\text{min}}$$

Vježba 041

Astronauti se pripremaju na velike akceleracije u specijalnim centrifugama. S koliko okretaja u minuti mora raditi takva centrifuga da bi njezina akceleracija bila 12g? Polumjer okretaja je 10 m. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

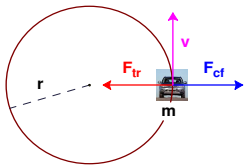
Rezultat: $32.76 \frac{\text{okr}}{\text{min}}$

Zadatak 042 (Mira, gimnazija)

Automobil se giba stalnom brzinom duž horizontalne ceste po kružnoj stazi polumjera 150 m. Koeficijent statičkog trenja između guma i površine ceste je 0.85. Koju maksimalnu brzinu automobil može imati da ne proklizava? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 042

$$r = 150 \text{ m}, \quad \mu = 0.85, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$



Tu je trenje sila koja prisiljava automobil da se giba kružnom cestom (gledano iz sustava automobila sila trenja izjednačava centrifugalnu silu):

$$F_{cp} = F_{fr} \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = \mu \cdot m \cdot g \quad / \cdot \frac{r}{m} \Rightarrow v^2 = \mu \cdot g \cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \mu \cdot g \cdot r \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\mu \cdot g \cdot r} = \sqrt{0.85 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 150 \text{ m}} = 35.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 042

Automobil se giba stalnom brzinom duž horizontalne ceste po kružnoj stazi polumjera 600 m. Koeficijent statičkog trenja između guma i površine ceste je 0.85. Koju maksimalnu brzinu automobil može imati da ne proklizava? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $70.73 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadatak 043 (Maturant, gimnazija)

Na niti duljine 1 m obješen je uteg mase 1 kg. Nit može izdržati silu od 11 N. Na koju se najveću visinu iznad ravnotežnog položaja može otkloniti uteg tako da nit održavamo napetom, a da pri titranju nit ne pukne? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 043

$$r = 1 \text{ m}, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad F = 11 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

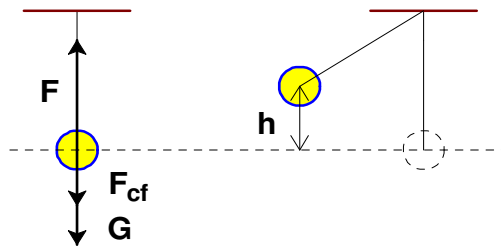
Budući da se tijelo giba po kružnici, tj. po kružnom luku, centrifugalna sila jednaka je razlici napetosti niti F i težine tijela G :

$$F_{cf} = F - G \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = F - m \cdot g \quad / \cdot \frac{r}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{F \cdot r}{m} - r \cdot g.$$

Iz zakona održanja energije izlazi da je

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot v^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{F \cdot r}{m} - r \cdot g \right) \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{F \cdot r}{m \cdot g} - r \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{11 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}}{1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - 1 \text{ m} \right) = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}.$$



Vježba 043

Na niti duljine 1 m obješen je uteg mase 1 kg. Nit može izdržati silu od 15 N. Na koju se najveću visinu iznad ravnotežnog položaja može otkloniti uteg tako da nit održavamo napetom, a da pri titranju nit ne pukne? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 26 cm.

Zadatak 044 (Stiv, srednja škola)

Rotor elektromotora vrti se stalnom kutnom brzinom 6000 okr/min. Ako je moment tromosti rotora $12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, kolika je njegova kinetička energija?

Rješenje 044

$$\omega = 6000 \frac{\text{okr}}{\text{min}} = 6000 \cdot \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 200 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad I = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad E_k = ?$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \left(200 \cdot \pi \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 = 2.37 \text{ MJ}.$$

Vježba 044

Rotor elektromotora vrti se stalnom kutnom brzinom 6000 okr/min. Ako je moment tromosti rotora $24 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, kolika je njegova kinetička energija?

Rezultat: 4.74 MJ.

Zadatak 045 (Mario, strojarska škola)

Koliki je moment tromosti, u odnosu na težišnu os, kugle čiji je polumjer 0.3 m. Kugla je izrađena od željeza gustoće 8300 kg/m^3 .

Rješenje 045

$$r = 0.3 \text{ m}, \quad \rho = 8300 \text{ kg/m}^3, \quad I = ?$$

Budući da je moment tromosti kugle u odnosu na os koja prolazi kroz njezino središte

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2,$$

slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 \\ \rho = \frac{m}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 \\ m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{2}{5} \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow I = \frac{8}{15} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^5 = \frac{8}{15} \cdot 8300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot (0.5 \text{ m})^5 = 33.79 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Vježba 045

Koliki je moment tromosti, u odnosu na težišnu os, kugle čiji je polumjer 0.6 m. Kugla je izrađena od željeza gustoće 8300 kg/m³.

Rezultat: 1081.39 kg · m².

Zadatak 046 (Goga, kemijska škola)

Kotač bicikla učini 200 okreta u minuti. Nađite kutnu brzinu bilo koje točke na kotaču i obodnu brzinu točke koja je 33 cm udaljena od središta.

Rješenje 046

$$n = 200, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad r = 33 \text{ cm} = 0.33 \text{ m}, \quad \omega = ?, \quad v = ?$$

Kut jednog okreta kotača bicikla izražen u radijanima iznosi $2 \cdot \pi$ radijana.



U svakoj minuti prijeđe svaka točka kotača

$$\varphi = n \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad} = 200 \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad} = 400 \cdot \pi \text{ rad}.$$

$$\text{Kutna brzina iznosi: } \omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{400 \cdot \pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{20}{3} \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$\text{Obodna brzina je: } v = \omega \cdot r = \frac{20}{3} \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0.33 \text{ m} = 2.2 \cdot \pi \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 046

Kotač bicikla učini 100 okreta u minuti. Nađite kutnu brzinu bilo koje točke na kotaču i obodnu brzinu točke koja je 33 cm udaljena od središta.

Rezultat: $\omega = \frac{10}{3} \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $v = 1.1 \cdot \pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 047 (Maja, medicinska škola)

Gibajući se jednoliko po kružnici tijelo napravi 340 okreta (ophoda) za 2.2 minute. Kolika je frekvencija rotacije?

Rješenje 047

$$n = 340, \quad t = 2.2 \text{ min} = [2.2 \cdot 60] = 132 \text{ s}, \quad v = ?$$

Frekvencija ν je broj ophoda u jedinici vremena.

$$\nu = \frac{\text{broj ophoda}}{\text{vrijeme}} = \frac{n}{t} = \frac{340}{132 \text{ s}} = 2.58 \text{ s}^{-1} = 2.58 \text{ Hz}.$$

Vježba 047

Gibajući se jednoliko po kružnici tijelo napravi 680 okreta (ophoda) za 4.4 minute. Kolika je frekvencija rotacije?

Rezultat: 2.58 Hz.

Zadatak 048 (Maja, medicinska škola)

Gibajući se jednoliko po kružnici tijelo napravi 340 okreta (ophoda) za 2.2 minute. Kolika je kutna brzina rotacije?

Rješenje 048

$$n = 340, \quad t = 2.2 \text{ min} = [2.2 \cdot 60] = 132 \text{ s}, \quad \omega = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu \\ \nu = \frac{n}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{t} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{340}{132 \text{ s}} = 16.18 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Vježba 048

Gibajući se jednoliko po kružnici tijelo napravi 680 okreta (ophoda) za 4.4 minute. Kolika je kutna brzina rotacije?

Rezultat: $16.18 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$

Zadatak 049 (Maja, medicinska škola)

Gibajući se jednoliko po kružnici tijelo napravi 340 okreta (ophoda) za 2.2 minute. Kolika je perioda rotacije?

Rješenje 049

$$n = 340, \quad t = 2.2 \text{ min} = [2.2 \cdot 60] = 132 \text{ s}, \quad T = ?$$

Perioda T je vrijeme jednog ophoda.

$$\left. \begin{array}{l} T = \frac{1}{\nu} \\ \nu = \frac{n}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow T = \frac{1}{\frac{n}{t}} \Rightarrow T = \frac{t}{n} = \frac{132 \text{ s}}{340} = 0.39 \text{ s}.$$

Vježba 049

Gibajući se jednoliko po kružnici tijelo napravi 680 okreta (ophoda) za 4.4 minute. Kolika je perioda rotacije?

Rezultat: $0.39 \text{ s}.$

Zadatak 050 (Kety, maturantica)

Štap duljine 1 m rotira, oko osi koja prolazi njegovom sredinom i okomita je na njegovu duljinu, kutnom brzinom 20 rad/s. Kinetička energija štapa iznosi 20 J. Kolika je masa štapa? (Moment tromosti štapa duljine l s obzirom na os koja prolazi njegovom sredinom i okomita je na njegovu duljinu $I = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$)

Rješenje 050

$$l = 1 \text{ m}, \quad \omega = 20 \text{ rad/s}, \quad E_k = 20 \text{ J}, \quad I = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2, \quad m = ?$$

Iz formule za kinetičku energiju štapa koji rotira kutnom brzinom ω dobije se njegova masa m:

$$\left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \\ I = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 \cdot \omega^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{24} \cdot m \cdot l^2 \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24 \cdot E_k = m \cdot (l \cdot \omega)^2 \Rightarrow m = \frac{24 \cdot E_k}{(l \cdot \omega)^2} = \frac{24 \cdot 20 \text{ J}}{\left(1 \text{ m} \cdot 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2} = 1.2 \text{ kg}.$$

Vježba 050

Štap duljine 1 m rotira, oko osi koja prolazi njegovom sredinom i okomita je na njegovu duljinu, kutnom brzinom 20 rad/s. Kinetička energija štapa iznosi 40 J. Kolika je masa štapa? (Moment tromosti štapa duljine l s obzirom na os koja prolazi njegovom sredinom i okomita je na njegovu duljinu $I = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$)

Rezultat: $2.4 \text{ kg}.$

Zadatak 051 (Ivana, medicinska škola)

Frekvencija rotacije kotača je stalna i iznosi 10 Hz. Kolika je perioda rotacije?

Rješenje 051

$$v = 10 \text{ Hz}, \quad T = ?$$

Frekvencija v je broj ophoda u jedinici vremena. Perioda T je vrijeme jednog ophoda. Između frekvencije v i periode T postoji veza:

$$T \cdot v = 1 \Rightarrow T = \frac{1}{v} \Rightarrow v = \frac{1}{T}$$

Perioda rotacije kotača je:

$$T = \frac{1}{v} = \frac{1}{10 \frac{1}{s}} = 0.1 \text{ s}$$

Vježba 051

Frekvencija rotacije kotača je stalna i iznosi 20 Hz. Kolika je perioda rotacije?

Rezultat: 0.05 s.

Zadatak 052 (Ivana, medicinska škola)

Frekvencija rotacije kotača je stalna i iznosi 10 Hz. Kolika je kutna brzina kotača?

Rješenje 052

$$v = 10 \text{ Hz}, \quad \omega = ?$$

Kutna brzina ω kotača iznosi:



$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \Rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot v = 2 \cdot \pi \cdot 10 \frac{1}{s} = 62.83 \frac{\text{rad}}{s}$$

Vježba 052

Frekvencija rotacije kotača je stalna i iznosi 20 Hz. Kolika je kutna brzina kotača?

Rezultat: 125.66 rad/s.

Zadatak 053 (Ivana, medicinska škola)

Frekvencija rotacije kotača je stalna i iznosi 10 Hz. Kolika je kutna akceleracija kotača ako se zaustavi tijekom jednog okreta?

Rješenje 053

$$v = 10 \text{ Hz}, \quad \varphi = 2 \cdot \pi, \quad \alpha = ?$$

Budući da se kotač zaustavi nakon jednog okreta, kutna akceleracija α je:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 2 \cdot \pi \text{ jedan okret} \\ \omega = 2 \cdot \pi \cdot v \\ \omega^2 = 2 \cdot \alpha \cdot \varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = \frac{\omega^2}{2 \cdot \varphi} \Rightarrow \alpha = \frac{(2 \cdot \pi \cdot v)^2}{2 \cdot 2 \cdot \pi} \Rightarrow \alpha = \frac{4 \cdot \pi^2 v^2}{4 \cdot \pi} \Rightarrow \alpha = \pi \cdot v^2 =$$

$$= \pi \cdot \left(10 \frac{1}{s}\right)^2 = 314 \frac{\text{rad}}{s^2}$$

Vježba 053

Frekvencija rotacije kotača je stalna i iznosi 20 Hz. Kolika je kutna akceleracija kotača ako se zaustavi tijekom jednog okreta?

Rezultat: 1256.64 rad/s².

Zadatak 054 (Ivana, medicinska škola)

Frekvencija rotacije kotača je stalna i iznosi 10 Hz. Kotač se zaustavi tijekom jednog okreta. Koliko je vrijeme zaustavljanja?

Rješenje 054

$$v = 10 \text{ Hz}, \quad \varphi = 2 \cdot \pi, \quad t = ?$$

Vrijeme zaustavljanja t kotača nakon jednog okreta iznosi:

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= 2 \cdot \pi, \quad \alpha = \pi \cdot v^2 \\ \varphi &= \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \varphi &= 2 \cdot \pi, \quad \alpha = \pi \cdot v^2 \\ t &= \sqrt{\frac{2 \cdot \varphi}{\alpha}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot \pi}{\pi \cdot v^2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi}{\pi \cdot v^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{2}{v} = \frac{2}{10 \frac{1}{s}} = 0.2 \text{ s.}$$

2. inačica

$$\left. \begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \pi \cdot v, \quad \alpha = \pi \cdot v^2 \\ \omega &= \alpha \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \pi \cdot v, \quad \alpha = \pi \cdot v^2 \\ t &= \frac{\omega}{\alpha} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\pi \cdot v^2} \Rightarrow t = \frac{2}{v} = \frac{2}{10 \frac{1}{s}} = 0.2 \text{ s.}$$

Vježba 054

Frekvencija rotacije kotača je stalna i iznosi 20 Hz. Kotač se zaustavi tijekom jednog okreta. Koliko je vrijeme zaustavljanja?

Rezultat: 0.1 s.

Zadatak 055 (Kata, srednja škola)

Kolika je kutna brzina rotacije planeta Zemlje, a kolika linearna za točke na ekvatoru? (dnevna rotacija planeta Zemlje oko svoje osi traje 24 h, pretpostavimo da je Zemlja kugla polumjera 6370 km)

Rješenje 055

$$T = 24 \text{ h} = [24 \cdot 3600] = 86400 \text{ s}, \quad R = 6370 \text{ km} = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad \omega = ?, \quad v = ?$$

Kutna brzina ω rotacije planeta Zemlje iznosi:



$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{86400 \text{ s}} = 7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Linearna brzina jedne točke po kružnici ekvatora je:

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow v = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot R = \frac{2 \cdot \pi}{86400 \text{ s}} \cdot 6.37 \cdot 10^6 \text{ m} = 463.24 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 055

Kolika je kutna brzina rotacije planeta, a kolika linearna za točke na ekvatoru? (dnevna rotacija planeta oko svoje osi traje 12 h, pretpostavimo da je planet kugla polumjera 2000 km)

Rezultat: $\omega = 1.454 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad v = 290.89 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$

Zadatak 056 (Tony, tehnička škola)

Koliki se rad obavi pri jednolikom ubrzanju zamašnjaka momenta tromosti 4 kg/m^2 od 900 okr./min do 3000 okr./min?

Rješenje 056

$$I = 4 \text{ kg/m}^2, \quad v_0 = 900 \text{ okr./min} = [900 : 60] = 15 \text{ s}^{-1}, \quad v = 3000 \text{ okr./min} = [3000 : 60] = 50 \text{ s}^{-1}, \quad W = ?$$

Prijedeni kut φ kod jednoliko ubrzanje vrtnje dobije se iz formule:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2 \cdot \alpha}.$$

Iz jednadžbe rotacije krutog tijela

$$M = I \cdot \alpha$$

kutna akceleracija α je

$$\alpha = \frac{M}{I}$$

pa slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2 \cdot \alpha} \\ \alpha = \frac{M}{I} \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2 \cdot \frac{M}{I}} \Rightarrow \varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{I}{M} \cdot (\omega^2 - \omega_0^2).$$

Rad iznosi:

$$\begin{aligned} W &= M \cdot \varphi \Rightarrow W = M \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{I}{M} \cdot (\omega^2 - \omega_0^2) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot (\omega^2 - \omega_0^2) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot (\omega - \omega_0) \cdot (\omega + \omega_0) \Rightarrow \\ &\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot (2 \cdot \pi \cdot v - 2 \cdot \pi \cdot v_0) \cdot (2 \cdot \pi \cdot v + 2 \cdot \pi \cdot v_0) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot 2 \cdot \pi \cdot (v - v_0) \cdot 2 \cdot \pi \cdot (v + v_0) \Rightarrow \\ &\Rightarrow W = 2 \cdot I \cdot \pi^2 \cdot (v - v_0) \cdot (v + v_0) = 2 \cdot 4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot \pi^2 \cdot \left(50 \frac{1}{\text{s}} - 15 \frac{1}{\text{s}}\right) \cdot \left(50 \frac{1}{\text{s}} + 15 \frac{1}{\text{s}}\right) = 179626.8 \text{ J} = 179.6 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

Vježba 056

Koliki se rad obavi pri jednolikom ubrzanju zamašnjaka momenta tromosti 4 kg/m^2 od 15 Hz do 50 Hz ?

Rezultat: 179.6 kJ.

Zadatak 057 (Mirela, gimnazija)

Dva se kotača polumjera 1 m okreću oko iste osi. Prvi kotač ima obodnu brzinu 5 m/s , a drugi 12 m/s . Na kotačima su oznake koje se u času $t = 0$ poklapaju. Koliko je najmanje vrijeme potrebno da se oznake ponovno poklope?

Rješenje 057

$$r_1 = r_2 = r = 1 \text{ m}, \quad v_1 = 5 \text{ m/s}, \quad v_2 = 12 \text{ m/s}, \quad t = ?$$

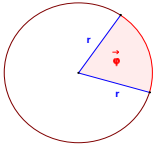
Prijeđeni kut φ što ga svi polumjeri opišu za neko vrijeme t jednak je za sve čestice kotača, a računa se

$$\varphi = \omega \cdot t,$$

gdje je ω kutna brzina. Budući da između obodne brzine v i kutne brzine ω neke čestice pri rotaciji vrijedi odnos

$$v = r \cdot \omega,$$

slijedi:



$$\left. \begin{array}{l} \varphi = \omega \cdot t \\ v = r \cdot \omega \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \varphi = \omega \cdot t \\ \omega = \frac{v}{r} \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = \frac{v}{r} \cdot t.$$

Kada se kotač jednom okrene oko svoje osi opiše puni kut, $2 \cdot \pi$ radijana. Računamo najmanje vrijeme t potrebno da se oznake kotača ponovno poklope:

$$\begin{aligned} \varphi_2 - \varphi_1 &= 2 \cdot \pi \Rightarrow \frac{v_2}{r} \cdot t - \frac{v_1}{r} \cdot t = 2 \cdot \pi \Rightarrow t \cdot \left(\frac{v_2}{r} - \frac{v_1}{r} \right) = 2 \cdot \pi \Rightarrow t \cdot \frac{v_2 - v_1}{r} = 2 \cdot \pi \Rightarrow t = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v_2 - v_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{v_2 - v_1} = \frac{2 \cdot 1 \text{ m} \cdot \pi}{12 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.9 \text{ s}. \end{aligned}$$

Vježba 057

Dva se kotača polumjera 1 m okreću oko iste osi. Prvi kotač ima obodnu brzinu 6 m/s , a drugi 13 m/s . Na kotačima su oznake koje se u času $t = 0$ poklapaju. Koliko je najmanje vrijeme potrebno da se oznake ponovno poklope?

Rezultat: 0.9 s.

Zadatak 058 (Marijana, maturantica)

Kotač bicikla promjera 0.65 m učini 250 okretaja u minuti. Kojom se brzinom giba bicikl?

Rješenje 058

$$2 \cdot r = 0.65 \text{ m} \Rightarrow r = 0.325 \text{ m}, \quad n = 250, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v = ?$$

Za kutnu brzinu ω vrijedi:



$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot v \Rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{t}$$

Između obodne i kutne brzine neke čestice pri rotaciji postoji odnos:

$$v = r \cdot \omega$$

Bicikl se kreće brzinom:

$$\left. \begin{array}{l} v = r \cdot \omega \\ \omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow v = r \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{n}{t} = 0.325 \text{ m} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{250}{60 \text{ s}} = 8.508 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [8.508 \cdot 3.6] = 30.63 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Vježba 058

Kotač bicikla promjera 0.65 m učini 500 okretaja u dvije minute. Kojom se brzinom giba bicikl?

Rezultat: $30.63 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadatak 059 (Ivan, tehnička škola)

Kamen privezan na niti dugoj 50 cm kruži jednoliko u vertikalnoj ravni. Pri kolikoj će periodi nit puknuti ako se zna da nit izdrži napetost koja je jednaka deseterostrukoj težini kamena? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 059

$$r = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad F_N = 10 \cdot G, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad T = ?$$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2}$$

koja ima smjer prema središtu kružnice i gdje je r polumjer kružnice.

Promatrajmo neko tijelo s obzirom na koordinatni sustav koji jednoliko rotira. Na tijelo koje rotira zajedno sa sustavom, a promatrano sa stajališta tog sustava, djeluje akceleracija koja je jednaka akceleraciji koja izvodi rotaciju sustava, ali suprotnog smjera od nje. Zbog toga u sustavu koji jednoliko rotira opažamo da na tijelo mase m djeluje sila $m \cdot a$ koja ima radijalni smjer od središta rotacije, a zovemo je centrifugalnom silom.

Nit napinje težina kamena G i centrifugalna sila F_{cf} koja djeluje na kamen. Centrifugalna sila djeluje zato što nit i kamen zajedno kruže. Napetost niti (ukupna sila) jest:

$$F_N = G + F_{cf}$$

Budući da nit izdrži napetost koja je jednaka deseterostrukoj težini kamena, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F_N = G + F_{cf} \\ F_N = 10 \cdot G \end{array} \right\} \Rightarrow G + F_{cf} = 10 \cdot G \Rightarrow F_{cf} = 10 \cdot G - G \Rightarrow F_{cf} = 9 \cdot G \Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} = 9 \cdot m \cdot g \quad / \cdot \frac{T^2}{m} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 4 \cdot \pi^2 \cdot r &= 9 \cdot g \cdot T^2 \Rightarrow T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{9 \cdot g} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{9 \cdot g}} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot \sqrt{\frac{r}{g}} = \\ &= \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot \sqrt{\frac{0.5 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0.47 \text{ s} \end{aligned}$$

Vježba 059

Kamen privezan na niti dugoj 200 cm kruži jednoliko u vertikalnoj ravnini. Pri kolikoj će periodi nit puknuti ako se zna da nit izdrži napetost koja je jednaka deseterostrukoj težini kamena? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.95 s.

Zadatak 060 (Mala sirena, gimnazija)

Na konopcu duljine l visi uteg težine G . Premjestimo konopac u horizontalan položaj i ispustimo ga. Kolika je napetost niti kad uteg opet prođe vertikalnim položajem?

Rješenje 060

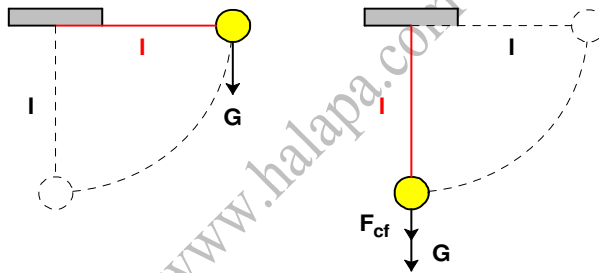
$l, G, F_N = ?$

Da bi se tijelo gibalo po kružnici potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

koja ima smjer prema središtu kružnice i gdje je r polumjer kružnice..

Promatramo neko tijelo s obzirom na koordinatni sustav koji jednoliko rotira. Na tijelo koje rotira zajedno sa sustavom, a promatrano sa stajališta tog sustava, djeluje akceleracija koja je jednaka akceleraciji koja izvodi rotaciju sustava, ali suprotnog smjera od nje. Zbog toga u sustavu koji jednoliko rotira opažamo da na tijelo mase m djeluje sila $m \cdot a$ koja ima radijalni smjer od središta rotacije, a zovemo je centrifugalnom silom.



Nit napinje težina

utega G i

centrifugalna sila F_{cf} koja djeluje na uteg. Centrifugalna sila djeluje zato što nit i uteg zajedno kruže. Kad uteg prođe vertikalnim položajem ukupna sila (napetost niti) F_N jest:

$$F_N = G + F_{cf} \Rightarrow F_N = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{l}$$

Budući da uteg sa visine l dolazi iz horizontalnog položaja u vertikalni položaj, njegova brzina iznosi (slobodan pad):

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot l$$

Zato je napetost niti F_N jednaka:

$$\left. \begin{array}{l} F_N = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{l} \\ v^2 = 2 \cdot g \cdot l \end{array} \right\} \Rightarrow F_N = m \cdot g + m \cdot \frac{2 \cdot g \cdot l}{l} \Rightarrow F_N = m \cdot g + 2 \cdot m \cdot g \Rightarrow F_N = G + 2 \cdot G \Rightarrow F_N = 3 \cdot G$$

Vježba 060

Na konopcu duljine 2 m visi uteg težine 20 N. Premjestimo konopac u horizontalan položaj i ispustimo ga. Kolika je napetost niti kad uteg opet prođe vertikalnim položajem?

Rezultat: 60 N.